

che è l'equazione differenziale conosciuta. Noi prendiamo il radicale positivamente. Integrando, e determinando opportunamente la costante, se ne deduce

$$\ln(s - x) = r(i - \log 2).$$

$$s - x = y r^2 - f - r \log \quad \text{e quindi}$$

da cui, ponendo  $y = 0$ ,

Abbiamo dunque 'il teorema seguente :

La differenza fra la lunghezza (infinita) della curva dalle tangenti costanti e quella (parimente infinita) del suo asse è finita ed eguale a  $2r(i - \log 2)$ ,  $r$  essendo la lunghezza costante delle tangenti.

Chiamiamo  $S(x_0, x)$  l'area della porzione di superficie di rivoluzione generata dalla linea in discorso, compresa fra i paralleli corrispondenti alle ascisse positive  $x_0, x$  (\*, >\*, „). Si ha

È evidente la coincidenza di questa espressione con quella della superficie di una zona sferica di raggio  $r$ , avente per altezza  $y_0 - y_i$ .

Rappresentiamo analogamente con  $V(x_0, x)$  il volume del solido contenuto fra la superficie anzidetta e due piani paralleli, condotti normalmente all'asse nei punti corrispondenti alle ascisse positive  $x_0, x_1$ . Si ha

Quest'espressione coincide visibilmente con quella del volume compreso fra due superficie cilindriche di raggi  $y_0$  ed  $y_1$ , aventi lo stesso asse, ed una superficie sferica di raggio  $r$  avente il centro su quest'asse.

Per avere la superficie ed il volume relativi all'intera superficie di rivoluzione, estesa indefinitamente da ambe le parti, nel senso dell'asse, basta porre  $y_0 = r, y_i = 0$  e raddoppiare i risultati. Si ottiene in tal guisa

Dunque :

Il solido di rivoluzione generato dalla linea delle tangenti di lunghezza costante uguale ad  $r$ , ha la stessa superficie e lo stesso volume di una sfera di raggio  $r$ .